

Câu 1: (1.5 điểm) Cho hàm ẩn $z(x, y)$ xác định bởi phương trình

$$xz^2 + 2y^2z - x^2y + \frac{z}{y} = 15.$$

Tính các đạo hàm riêng $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$. Từ đó, áp dụng tính vi phân toàn phần $dz(0, 1)$.

Câu 2: (1.5 điểm) Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$p(x) = \begin{cases} \alpha x e^{-x} & \text{nếu } x \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$$

Anh/Chị hãy xác định hằng số α .

Câu 3: (1.5 điểm) Cho hàm cầu và hàm cung của một loại sản phẩm lần lượt là $Q_d = 50 - \frac{1}{2}P$ và $Q_s = 25 + \frac{1}{2}P$. Giả sử tốc độ điều chỉnh giá theo thời gian của một loại sản phẩm tỷ lệ thuận với chênh lệch cung - cầu, hay

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{2}(Q_d - Q_s).$$

a) Xác định giá cân bằng P^* . Tìm hàm giá phụ thuộc thời gian $P(t)$, biết giá ban đầu của sản phẩm là 35 USD/sản phẩm.

b) Cho biết giá của sản phẩm có hội tụ đến giá cân bằng theo thời gian không?

Câu 4: (2.0 điểm) Trong nền kinh tế vĩ mô, gọi Y_t là thu nhập quốc dân (GNP), C_t là lượng tiêu thụ của hộ gia đình, I_t là lượng đầu tư và G_t là lượng chi tiêu của chính phủ. Giả sử rằng

$$Y_t = C_t + I_t + G_t, \quad C_t = 120 + 0,68Y_{t-1} \\ I_t = 100 + 0,12(Y_{t-1} - Y_{t-2}), \quad G_t = 100,$$

và $Y_0 = 950, Y_1 = 974$.

a) Thiết lập phương trình sai phân theo thu nhập quốc dân mô tả mô hình kinh tế này.

b) Giải phương trình sai phân vừa lập tìm thu nhập quốc dân Y_t và cho biết nền kinh tế có ổn định không?

Câu 5: (1.5 điểm) Xét bài toán tối ưu hóa lợi nhuận

$$\pi(L, K, P, W, R) = PF(L, K) - WL - RK,$$

trong đó L là số lao động, K là số vốn mà doanh nghiệp sử dụng, P là giá sản phẩm, W là tiền công, R là giá vốn (thường quy về lãi suất), $F(L, K)$ là hàm sản xuất, biểu thị số sản phẩm sản xuất được phụ thuộc vào số lao động và vốn mà doanh nghiệp sử dụng. Gọi $L^*(P, W, R)$, $K^*(P, W, R)$ là lượng cầu tối ưu của lao động và vốn tương ứng. Gọi $\pi^*(P, W, R)$ là mức lợi nhuận tối ưu của doanh nghiệp. Giả sử

$$\pi^*(P, W, R) = 30P^{\frac{8}{3}}W^{-\frac{4}{3}}R^{\beta},$$

trong đó β là một số thực.

a) Xác định β .

b) Tính lượng lao động và vốn tối ưu $L^*(P, W, R)$, $K^*(P, W, R)$ và mức sản lượng $Q^* = F(L^*, K^*)$ tương ứng.

Câu 6: (2.0 điểm) Xét bài toán tối đa hóa hàm lợi ích $U = U(Q_1, Q_2)$. Giả sử rằng hộ gia đình phải trả thuế thu nhập cho mức thu nhập Y là t_y và thuế khi mua Q_1 đơn vị hàng hóa thứ nhất là t_1 . Khi đó, ràng buộc ngân sách trở thành:

$$Y \times (1 - t_y) = P_1 \times (1 + t_1)Q_1 + P_2Q_2.$$

Giả sử $Q_1^* = Q_1^*(Y, P_1, P_2, t_y, t_1)$, $Q_2^* = Q_2^*(Y, P_1, P_2, t_y, t_1)$ là nghiệm tối ưu duy nhất của bài toán tối ưu có ràng buộc ở trên. Gọi

$$U^* = U^*(Y, P_1, P_2, t_y, t_1) \equiv U(Q_1^*, Q_2^*)$$

là hàm lợi ích tối ưu.

a) Anh/Chị hãy thiết lập hàm Lagrange cho bài toán tối ưu có ràng buộc ở trên.

b) **Sử dụng định lý Bao**, tính đạo hàm riêng $\frac{\partial U^*(Y, P_1, P_2, t_y, t_1)}{\partial P_1}$ và $\frac{\partial U^*(Y, P_1, P_2, t_y, t_1)}{\partial Y}$.

c) Sử dụng kết quả câu b), chứng tỏ rằng

$$Q_1^* = - \frac{(1 - t_y) \frac{\partial U^*(Y, P_1, P_2, t_y, t_1)}{\partial P_1}}{(1 + t_1) \frac{\partial U^*(Y, P_1, P_2, t_y, t_1)}{\partial Y}}.$$

Lưu ý: Cán bộ coi thi không giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[G 2.1]: Tính được vi phân toàn phần, đạo hàm riêng của hàm ẩn và hệ hàm ẩn.	Câu 1
[G 2.2]: Mô hình hóa và giải được các bài toán tìm cực trị trong kinh tế. Kiểm tra các định lý bao.	Câu 5, 6
[G 2.3]: Tính được tích phân và ứng dụng trong kinh tế, tính được kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên	Câu 2
[G 2.4]: Giải phương trình sai phân cấp 1, 2 và phương trình vi phân cấp 1, 2; ứng dụng nó trong phân tích kinh tế.	Câu 3, 4.

14/04/2026

Thông qua bộ môn